

1 Messungen mit Drehspulinstrumenten

1.1 Spannungsrichtige Schaltung

Bei der spannungsrichtigen Schaltung, auch Stromfehlerschaltung genannt, wird die korrekte Spannung am Widerstand R_X gemessen. Der gemessene Strom setzt sich aus dem Strom durch den zu messenden Widerstand R_X und dem Strom durch den Spannungsmesser R_V zusammen. Der Fehler bei der Strommessung lässt sich als Verhältniss der Widerstände R_V und R_X mit folgender Funktion ausdrücken (siehe Anhang A.3):

$$\frac{I_{\text{mess}} - I_X}{I_X} = f\left(\frac{R_V}{R_X}\right) = \frac{R_X}{R_V}$$

Die theoretische Vorbereitung des Laborversuchs hat gezeigt, dass eine starke Abweichung des gemessenen Widerstandswertes für R_X vom tatsächlichen Wert zu erwarten ist, wenn der Innenwiderstand R_V des Spannungsmessers nicht deutlich über dem Wert von R_X liegt.

1.1.1 Durchführung der Messungen in spannungsrichtiger Schaltung:

Die Schaltung wurde laut Schaltplan 1.2.1 im Versuchsumdruck aufgebaut. Als Vorwiderstand wurde eine Widerstandsdekade „Grundig RD 1“ verwendet und auf den Wert 5,00 k Ω eingestellt, um den Messstrom auf maximal 5 mA zu begrenzen. Als Lastwiderstand R_X diente eine Widerstandsdekade 0,1k Ω bis 10 k Ω und für die höheren Widerstandswerte eine zusätzliche Widerstandsdekade „Grundig RD 2“. Als Messgeräte wurden zwei Drehspulmessgeräte „Siemens Multizet S“ eingesetzt.

Zu Beginn der Messreihe wurden die benötigten Widerstandswerte an den Widerstandsdekaden eingestellt und mit einem elektronischen LCR-Meter genau bestimmt. Ebenso wurde der Innenwiderstand des Spannungsmessers bestimmt. Dazu wurde die Angabe des Innenwiderstandsbeiwertes auf der Rückseite des Messgerätes genutzt: $1 \frac{\text{k}\Omega}{\text{V}}$:

$$R_V = 1 \frac{\text{k}\Omega}{\text{V}} \cdot \text{Messbereich}$$

Beispiel :

Für einen Messbereich von 0,1 V Vollausschlag bedeutet das einen Innenwiderstand des

Spannungsmessers von:

$$R_V = 1 \frac{\text{k}\Omega}{\text{V}} \cdot 0,1\text{V} = 100\Omega = 0,1\text{k}\Omega$$

Anschließend wurden in der Schaltung der Strom I_{mess} sowie die Spannung U_X gemessen und in einer Wertetabelle festgehalten. Dabei wurden durch ein Missverständnis die Messwerte bereits während der Messung schon auf 2 geltende Stellen gerundet, weshalb ein paar Messungen noch einmal wiederholt werden mussten.

1.1.2 Auswertung der Messungen in spannungsrichtiger Schaltung:

Die Auswertung der gesamten Messreihe erfolgte in einer Excel-Tabelle, exemplarisch sollten jedoch für ein paar Widerstandswerte die Berechnungen von Hand ausgeführt werden. Das waren die Werte 2,8 Ω , 720 Ω und 44 $\text{k}\Omega$. Für 2,8 Ω wurden folgende Werte ermittelt:

$$R_{X,\text{ist}} / \Omega = 2,81$$

$$\text{U-Messbereich} / \text{V} = 0,1$$

$$R_V / \text{k}\Omega = 0,1 \text{ (nach obiger Rechnung)}$$

$$U_X / \text{V} = 0,014$$

$$I_{\text{Mess}} / \text{mA} = 5,0$$

Berechnet wurden folgende weitere Werte:

$$I_V = \frac{U_X}{R_V} = \frac{0,014\text{V}}{100\Omega} = 140\mu\text{A}$$

$$R'_{X,\text{Mess}} = \frac{U_X}{I_{\text{Mess}}} = \frac{0,014\text{V}}{0,005\text{A}} = 2,8\Omega$$

$$f' = \frac{R'_{X,\text{Mess}} - R_{X,\text{ist}}}{R_{X,\text{ist}}} \cdot 100\% = \frac{2,8\Omega - 2,81\Omega}{2,81\Omega} \cdot 100\% = -0,36\%$$

$$R_{X,\text{Mess}} = \frac{U_X}{I_X} = \frac{U_X}{I_{\text{Mess}} - \frac{U_X}{R_V}} = \frac{0,014\text{V}}{0,005\text{A} - \frac{0,014\text{V}}{100\Omega}} = \frac{0,014\text{V}}{0,00486\text{A}} = 2,88\Omega$$

$$f = \frac{R_{X,\text{Mess}} - R_{X,\text{ist}}}{R_{X,\text{ist}}} \cdot 100\% = \frac{2,88\Omega - 2,81\Omega}{2,81\Omega} \cdot 100\% = 2,49\%$$

Analog für die weiteren zwei Widerstände:

$R_{X,ist} / \Omega = 723$	$R_{X,ist} / k\Omega = 44,1$
U-Messbereich / V = 3	U-Messbereich / V = 30
$R_V / k\Omega = 3$ (nach obiger Formel)	$R_V / k\Omega = 30$ (nach obiger Formel)
$U_X / V = 2,6$	$U_X / V = 19,5$
$I_{Mess} / mA = 4,5$	$I_{Mess} / mA = 1,1$
$I_V = 0,86 mA$	$I_V = 0,65 mA$
$R'_{X,Mess} = 578 \Omega$	$R'_{X,Mess} = 17,7 k\Omega$
$f' = -20 \%$	$f' = -60 \%$
$R_{X,Mess} = 715 \Omega$	$R_{X,Mess} = 43,3 k\Omega$
$f = -1,1 \%$	$f = -1,8 \%$

1.2 Stromrichtige Schaltung

Bei der stromrichtigen Schaltung, auch Spannungsfehlerschaltung genannt, wird der korrekte Strom durch den Widerstand R_X gemessen. Die gemessene Spannung setzt sich jedoch aus dem Spannungsabfall am Widerstand R_X und dem Spannungsabfall am Innenwiderstand R_A des Strommessers zusammen. Der Fehler bei der Spannungsmessung lässt sich als das Verhältnis der Widerstände R_A und R_X mit folgender Funktion ausdrücken:

$$\frac{U_{Mess} - U_X}{U_X} = f\left(\frac{R_A}{R_X}\right) = \frac{R_A}{R_X}$$

Die Vorübungen zum Laborversuch lassen eine große Abweichung der Widerstandswerte im niederohmigen Bereich erwarten, wo also der Wert des Innenwiderstands R_A des Strommessers nahe am Wert des zu messenden Widerstands R_X liegt.

1.2.1 Durchführung der Messungen in stromrichtiger Schaltung:

Die Schaltung wurde laut Schaltplan 1.2.2 der Versuchsbeschreibung aufgebaut. Als Vorwiderstand diente wieder eine Widerstandsdekade „Grundig RD1“, auf $5,00k\Omega$ eingestellt. Als Lastwiderstände für die Werte im $k\Omega$ -Bereich dienten wieder die in der spannungsrichtigen Schaltung verwendeten Widerstandsdekaden. Für die Widerstände im Ω -Bereich wurde eine andere Widerstandsdekade verwendet, was ein erneutes Messen der Widerstandswerte $R_{X,ist}$ mit dem RLC-Meter erforderlich machte. Es wurden die gleichen Messgeräte wie in der spannungsrichtigen Schaltung verwendet. Zur Bestimmung des Innenwiderstands des Strommessers in bestimmten Messbereichen verwendeten wir diesmal ein

Digital-Multimeter.

Leider wurden auch bei der stromrichtigen Schaltung aufgrund des bereits erwähnten Missverständnisses die Ergebnisse der Messung sofort auf zwei geltende Ziffern gerundet.

1.2.2 Auswertung der Messungen in stromrichtiger Schaltung:

Auch die Auswertung dieser Messreihe erfolgte durch eine Excel-Tabelle und auch für diese Messreihe sollten für die Widerstandswerte 2,8 Ω , 720 Ω und 44 k Ω die Berechnungen von Hand durchgeführt werden. Für 2,8 Ω wurden folgende Werte gemessen:

$$R_{X,ist} / \Omega = 2,87$$

$$I\text{-Messbereich} / \text{mA} = 10$$

$$R_A / \Omega = 5,7$$

$$U_{Mess} / \text{V} = 0,037$$

$$I_X / \text{mA} = 4,6$$

Berechnet wurden daraus folgende weitere Werte:

$$U_A = I_X \cdot R_A = 0,0046\text{A} \cdot 5,7\Omega = 0,026\text{V} = 26\text{mV}$$

$$R'_{X,Mess} = \frac{U_{Mess}}{I_X} = \frac{0,037\text{V}}{0,0046\text{A}} = 8,04\Omega$$

$$f' = \frac{R'_{X,Mess} - R_{X,ist}}{R_{X,ist}} \cdot 100\% = \frac{8,04\Omega - 2,87\Omega}{2,87\Omega} \cdot 100\% = 180\%$$

$$R_{X,Mess} = \frac{U_{R_X}}{I_X} = \frac{U_{Mess} - I_X \cdot R_A}{I_X} = \frac{0,037\text{V} - 0,0046\text{A} \cdot 5,7\Omega}{0,0046\text{A}} = 2,34\Omega$$

$$f = \frac{R_{X,Mess} - R_{X,ist}}{R_{X,ist}} \cdot 100\% = \frac{2,34\Omega - 2,87\Omega}{2,87\Omega} \cdot 100\% = -18\%$$

Analog für die weiteren zwei Widerstände:

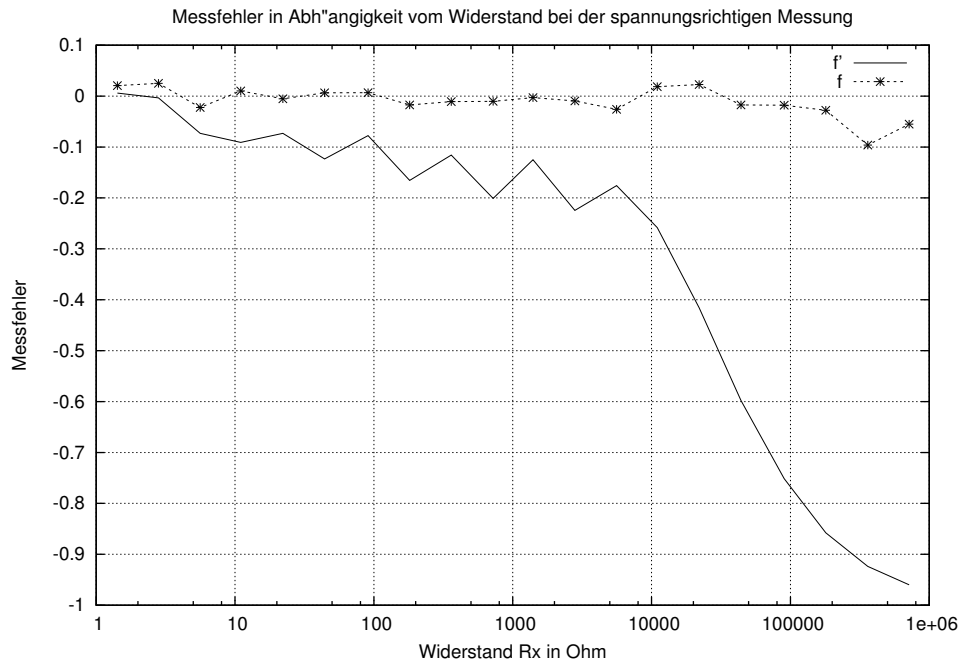
$R_{X,ist} / \Omega = 712$	$R_{X,ist} / k\Omega = 44,0$
I-Messbereich /mA = 10	I-Messbereich /mA = 1
$R_A / \Omega = 5,7$	$R_A / \Omega = 100$
$U_{Mess} / V = 2,6$	$U_{Mess} / V = 19$
$I_X / mA = 3,6$	$I_X / mA = 0,44$
$U_A = 0,0205 V$	$U_A = 0,0440 V$
$R'_{X,Mess} = 722 \Omega$	$R'_{X,Mess} = 43,2 k\Omega$
$f' = 1,4 \%$	$f' = -1,8 \%$
$R_{X,Mess} = 716 \Omega$	$R_{X,Mess} = 43,1 k\Omega$
$f = 0,56 \%$	$f = -2,0 \%$

1.3 Auswertung der Messungen in spannungs- und stromrichtiger Schaltung:

Die Messungen haben die Erwartungen bestätigt, dass die gemessenen Widerstände vom tatsächlichen Wert des jeweiligen Widerstands abweichen werden, je näher der Wert des Innenwiderstands R_V bzw. R_A des Messgerätes am Wert des zu messenden Widerstands R_X liegt. Besonders drastisch kommt das bei der stromrichtigen Messung von $R_X=2,81\Omega$ zum Ausdruck, wo die Berechnung ohne Korrektur einen Wert von $8,04\Omega$ ergibt, eine Verfälschung um 180%. Wenn man also nur die abgelesenen Werte zur Berechnung benutzt, ohne eine Korrektur zu verwenden, wird man nie den genauen Wert des zu messenden Widerstands R_X ermitteln können. Das wird deutlich an der Berechnung von R_X bei der spannungsrichtigen Messung mit dem Wert $44,0k\Omega$, wo der berechnete Wert aus U_X und I_{Mess} eine Verfälschung von -60% ergibt, also der ‚gemessene‘ Widerstand nur 40% des tatsächlichen Widerstandswertes beträgt.

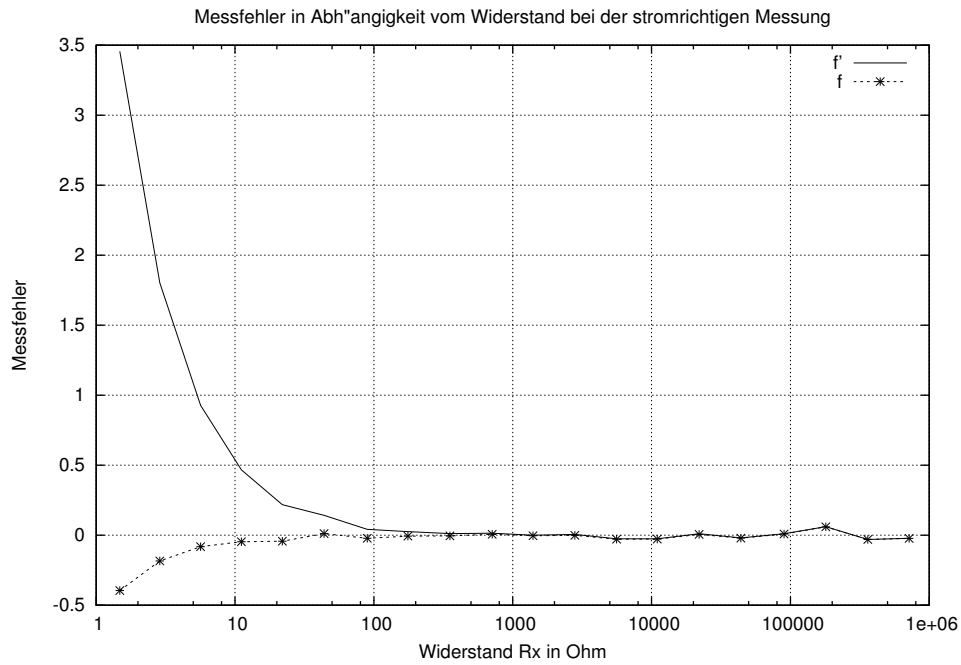
Andererseits ist es jedoch, wenn man die Parameter der Messgeräte in einer Korrekturrechnung berücksichtigt, durchaus möglich, mit geringem messtechnischem Aufwand eine sehr genaue Bestimmung des Widerstands R_X durchzuführen, so dass sich der Fehler im Bereich von $\pm 2\%$ bewegt.

1.3.1



Die spannungsrichtige Schaltung ist lediglich für Widerstände kleiner 1000Ω ohne Korrekturrechnung brauchbar, der Fehler ist jedoch bei Werten größer 10Ω schon fast 10% und bei Werten größer $10\text{ k}\Omega$ geht der Fehler deutlich über 20 % hinaus. Die große Abweichung der berechneten Werte mit Korrekturrechnung im hochohmigen Bereich lässt sich einerseits durch Ablesefehler begründen, andererseits ist die Ursache sicher auch die irrtümliche Rundung der Messwerte bereits bei der Messung auf zwei geltende Ziffern.

1.3.2



Die stromrichtige Schaltung ist für Widerstände im Wertebereich größer 100Ω auch ohne die Korrekturrechnung geeignet, sehr genaue Ergebnisse mit einem Fehler kleiner 2% zu erzielen. Im Bereich kleiner 10Ω wird die Verfälschung jedoch so groß, dass der ‚gemessene‘ Widerstand leicht ein Vielfaches des tatsächlichen Widerstands sein kann.

Anhang

A Spannungsrichtige Messung**A.1 1.2.1 a**

Es wird die Spannung direkt am Widerstand gemessen. Der Strom dagegen wird fehlerhaft bestimmt, da der Strom durch die Parallelschaltung vom zu messenden Widerstand R_X und dem Innenwiderstand R_V des Spannungsmesser gemessen wird.

A.2 1.2.1 b

Wenn man R_A vernachlässigt also $R_A = 0$ und R_X minimal ist, also $R_X = 0$, dann:

$$R_0 = \frac{25\text{V}}{5 \cdot 10^{-3}\text{A}} = 5\text{k}\Omega$$

A.3 1.2.1 c

$$\frac{I_{\text{Mess}} - I_X}{I_X} = f\left(\frac{R_V}{R_X}\right)$$

$$R_V = \frac{U_{\text{Mess}}}{I_{\text{Mess}} - I_X}$$

$$R_X = \frac{U_X}{I_X}$$

$$I_{\text{Mess}} - I_X = \frac{U_X}{R_V}$$

$$I_X = \frac{U_X}{R_X}$$

$$f\left(\frac{R_V}{R_X}\right) = \frac{I_{\text{Mess}} - I_X}{I_X} = \frac{U_X \cdot R_X}{U_X \cdot R_V} = \frac{R_X}{R_V}$$

Für $R_V = R_X$:

$$I_{\text{Mess}} = \left(\frac{R_X}{R_V} \cdot I_X\right) + I_X = 2 \cdot I_X$$

$$\frac{I_{\text{Mess}} - I_X}{I_X} = f\left(\frac{R_V}{R_X}\right) = 1 = 100\%$$

Das heißt der Fehler beträgt 100 % oder eben ein doppelt so groß gemessener Strom.

A.4 1.2.1 d

$$I_{Mess} = \frac{25V}{5k\Omega + \frac{R_V \cdot R_{X,ist}}{R_V + R_{X,ist}}}$$

$$U_{R0} = 5k\Omega \cdot I_{Mess}$$

$$U_X = 25V - U_{R0} = 25V - 5k\Omega \cdot I_{Mess}$$

$$R_{X,mess} = \frac{R_V \cdot R_{X,ist}}{R_V + R_{X,ist}}$$

$R_V / k\Omega$	1	1	3	10	10	10	30	30	30
$R_{X,ist} / k\Omega$	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10	20	50
$R'_{Mess} / k\Omega$	0,09	0,167	0,429	0,91	1,67	3,33	7,5	12	18,75
f'	-0,091	-0,167	-0,143	-0,091	-0,167	-0,333	-0,250	-0,400	-0,625

A.5 1.2.1 e

Das negative Vorzeichen von f' zeigt an, dass der gemessene Wert für R'_X kleiner ist als der tatsächliche Wert des Widerstand R_X .

A.6 1.2.1 f

Gegeben: I_{Mess}, U_X, R_V

Gesucht: $R_X = f(I_{Mess}, U_X, R_V)$

$$I_X = I_{Mess} - I_V = I_{Mess} - \frac{U_X}{R_V}$$

$$R_X = \frac{U_X}{I_X} = \frac{U_X}{I_{Mess} - \frac{U_X}{R_V}}$$

B Stromrichtige Messung

B.1 1.2.2 a

Es wird der Strom gemessen, der direkt durch R_X fließt. Die Spannung, die gemessen wird, setzt sich aus den Teilspannungen der Reihenschaltung von R_A und R_X zusammen.

B.2 1.2.2 c

$$\frac{U_{\text{Mess}} - U_X}{U_X} = f\left(\frac{R_A}{R_X}\right)$$

$$R_A = \frac{U_{\text{Mess}} - U_X}{I_X}$$

$$U_{\text{Mess}} - U_X = R_A \cdot I_X$$

$$R_X = \frac{U_X}{I_X}$$

$$U_X = R_X \cdot I_X$$

$$\frac{U_{\text{Mess}} - U_X}{U_X} = f\left(\frac{R_A}{R_X}\right) = \frac{R_A \cdot I_X}{R_X \cdot I_X} = \frac{R_A}{R_X}$$

Für $R_A = R_X$:

$$U_{\text{Mess}} = \left(\frac{R_A}{R_X} \cdot U_X\right) + U_X = 2 \cdot U_X$$

$$\frac{U_{\text{Mess}} - U_X}{U_X} = f\left(\frac{R_A}{R_X}\right) = 1 = 100\%$$

Das heißt der Fehler beträgt 100% oder eben eine doppelt so groß gemessene Spannung.

B.3 1.2.2 d

$$R_{\text{ges}} = R_0 + \frac{R_V \cdot (R_A + R_X)}{R_V + R_A + R_X}$$

Für $R_V = \infty$:

$$R'_{X,\text{mess}} = R_A + R_X$$

$$\frac{U_{\text{ges}}}{U_{\text{Mess}}} = \frac{R_{\text{ges}}}{R_{X,\text{Mess}}}$$

$$U_{\text{Mess}} = \frac{U_{\text{ges}} \cdot R_{\text{X,Mess}}}{R_0 + R_{\text{X,Mess}}}$$

$$I_{\text{X}} = \frac{U_{\text{ges}}}{R_0 + R_{\text{A}} + R_{\text{X}}}$$

R_{A} / Ω	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3	16,3	16,3	100	100
$R_{\text{X}} / \text{k}\Omega$	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10	20	50
$R_{\text{X,Mess}} / \text{k}\Omega$	0,1053	0,2053	0,505	1,005	2,005	5,016	10,02	20,10	50,10
$U_{\text{Mess}} / \text{V}$	0,514	0,985	2,29	4,20	7,17	12,5	16,7	20,0	22,7
I_{X} / mA	4,90	4,80	4,54	4,16	3,57	2,50	1,67	0,996	0,454
$f' / \%$	5,30	2,65	1,06	0,530	0,265	0,326	0,163	0,500	0,200

B.4 1.2.2 e

Das positive Vorzeichen bedeutet, dass der gemessene Widerstand R_{X} größer ist als der tatsächliche Wert des Widerstands R_{X} .

B.5 1.2.2 f

$$R_{\text{X,Mess}} = f(U_{\text{Mess}}, I_{\text{X}}, R_{\text{A}})$$

$$U_{\text{RA}} = I_{\text{X}} \cdot R_{\text{A}}$$

$$U_{\text{RX}} = U_{\text{Mess}} - U_{\text{RA}} = U_{\text{Mess}} - I_{\text{X}} \cdot R_{\text{A}}$$

$$R_{\text{X,Mess}} = \frac{U_{\text{RX}}}{I_{\text{X}}} = \frac{U_{\text{Mess}} - I_{\text{X}} \cdot R_{\text{A}}}{I_{\text{X}}}$$

$$R_{\text{X,Mess}} = \frac{U_{\text{Mess}}}{I_{\text{X}}} - R_{\text{A}}$$